Экономичность систем счисления

x - основание системы счисления,

$n = r \cdot x$ - число знаков необходимых для записи кода (числа), например, для записи одного десятичного разряда нужно 10 знаков от 0 до 9 (1 декада), а для записи трёх десятичных разрядов нужно 3*10=30 знаков (3 декады),

$r = n / x$ - число разрядов, например, 30-ю знаками в десятичной системе счисления можно записать три десятичных разряда,

$y_1 = x^{n/x}$ - число представляемых кодов (чисел) (зависит от числа знаков - n), например, 30-тью знаками в десятичной системе счисления можно записать

$y_1 = 10^{30/10} = 10^3 = 1000$ кодов (чисел) от 0 до 999,

$y_2 = \ln(y_1) = (n/x) \cdot \ln(x)$ - натуральный логарифм числа представляемых кодов (чисел) (зависит от числа знаков - n),

$y_3 = y_2 / n = \ln(x) / x$ - удельное (на число знаков) натуральнологарифмическое число представляемых кодов (чисел) (не зависит от числа знаков — n).

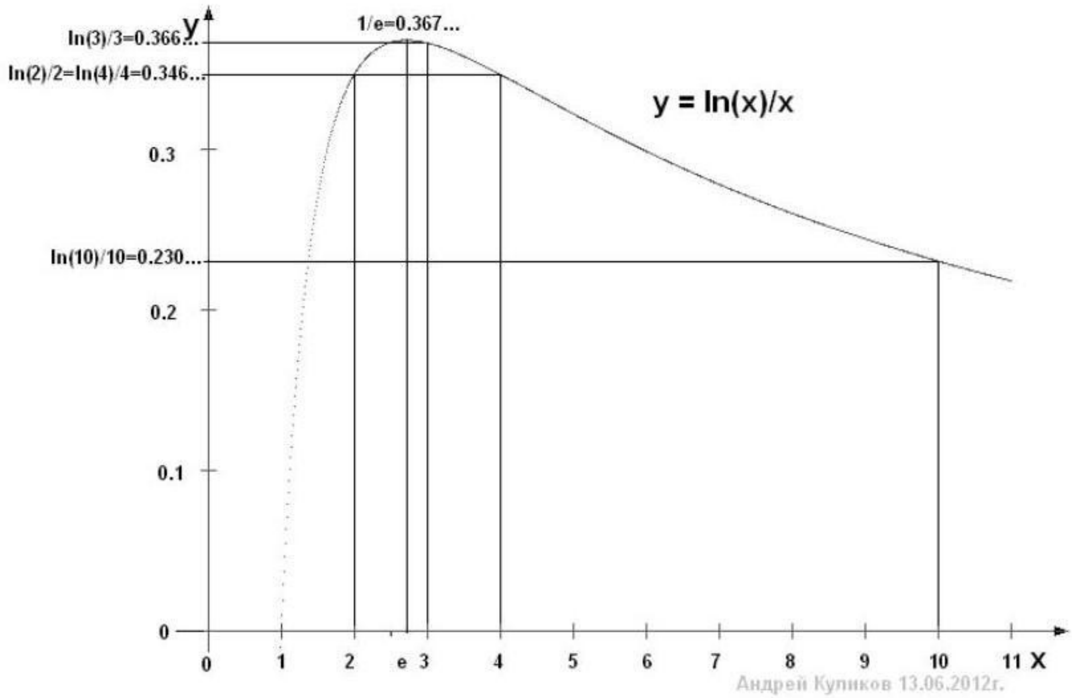

Рис. 1. График зависимости удельного (на число знаков) натуральнологарифмического числа представляемых кодов (чисел) от основания системы счисления.

На графике видно, что наибольшее удельное (на число знаков) натуральнологарифмическое число представляемых кодов (чисел) (1/e=0,367...)

имеет система счисления с основанием равным числу Эйлера e=2,71... (основание натуральных логарифмов). Из систем счисления с целочисленными основаниями наибольшее удельное (на число знаков) натуральнологарифмическое число представляемых кодов (чисел) (ln(3)/3=0,366...) имеет троичная система счисления с основанием равным 3. Двоичная и четверичная системы счисления с основаниями 2 и 4 имеют одинаковое удельное (на число знаков) натуральнологарифмическое число представляемых кодов (чисел) (ln(2)/2=ln(4)/4=0,346...) и занимают второе место после троичной системы счисления.

Необходимыми условиями существования экстремума функции являются существование первой производной и её равенство нулю.
Первая производная функции y=ln(x)/x равна:

$$dy/dx=d(\ln(x)/x)=1/x^2-\ln(x)/x^2.$$

Приравняв её нулю получим:

$$1/x^2-\ln(x)/x^2=0,$$
$$\ln(x)/x^2=1/x^2,$$
$$\ln(x)=1,$$
$$x_0=e.$$

Достаточными условиями существования локального максимума являются $f'_{+x0}<0$ и $f'_{-x0}>0$. Так как слева от точки $x_0=e$ производная положительная, а справа отрицательная, то, в точке $x_0=e\approx 2{,}718$ функция $f(x)=\ln(x)/x$ действительно имеет строгий локальный максимум равный ln(e)/e=1/e=0,367... .

Список литературы:
1. Фомин С. В. Системы счисления . - 5-е изд. - М.:Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. - 48 с. - (Попул. лекции по мат.) § 14. Об одном замечательном свойстве троичной системы, стр.37.

Куликов А.С., Россия-Русь, Москва, Царицыно, версия от 20.02.2018 г.