Экономичность систем счисления с показательной весовой функцией

x - основание системы счисления,

$n=r\cdot x$ - число знаков необходимых для записи кода (числа), например, для записи одного десятичного разряда нужно 10 знаков от 0 до 9 (1 декада), а для записи трёх десятичных разрядов нужно 3*10=30 знаков (3 декады),

$r=n/x$ - число разрядов, например, 30-ю знаками в десятичной системе счисления можно записать три десятичных разряда,

$y_1=x^{n/x}$ - число представляемых кодов (чисел) (зависит от числа знаков - n), например, 30-тью знаками в десятичной системе счисления можно записать $y_1=10^{30/10}=10^3=1000$ кодов (чисел) от 0 до 999,

$y_2=\ln(y_1)=(n/x)\ln(x)$ - натуральный логарифм числа представляемых кодов (чисел) (зависит от числа знаков - n),

$y_3=y_2/n=\ln(x)/x$ - удельное (на число знаков) натуральнологарифмическое число представляемых кодов (чисел) (не зависит от числа знаков - n),

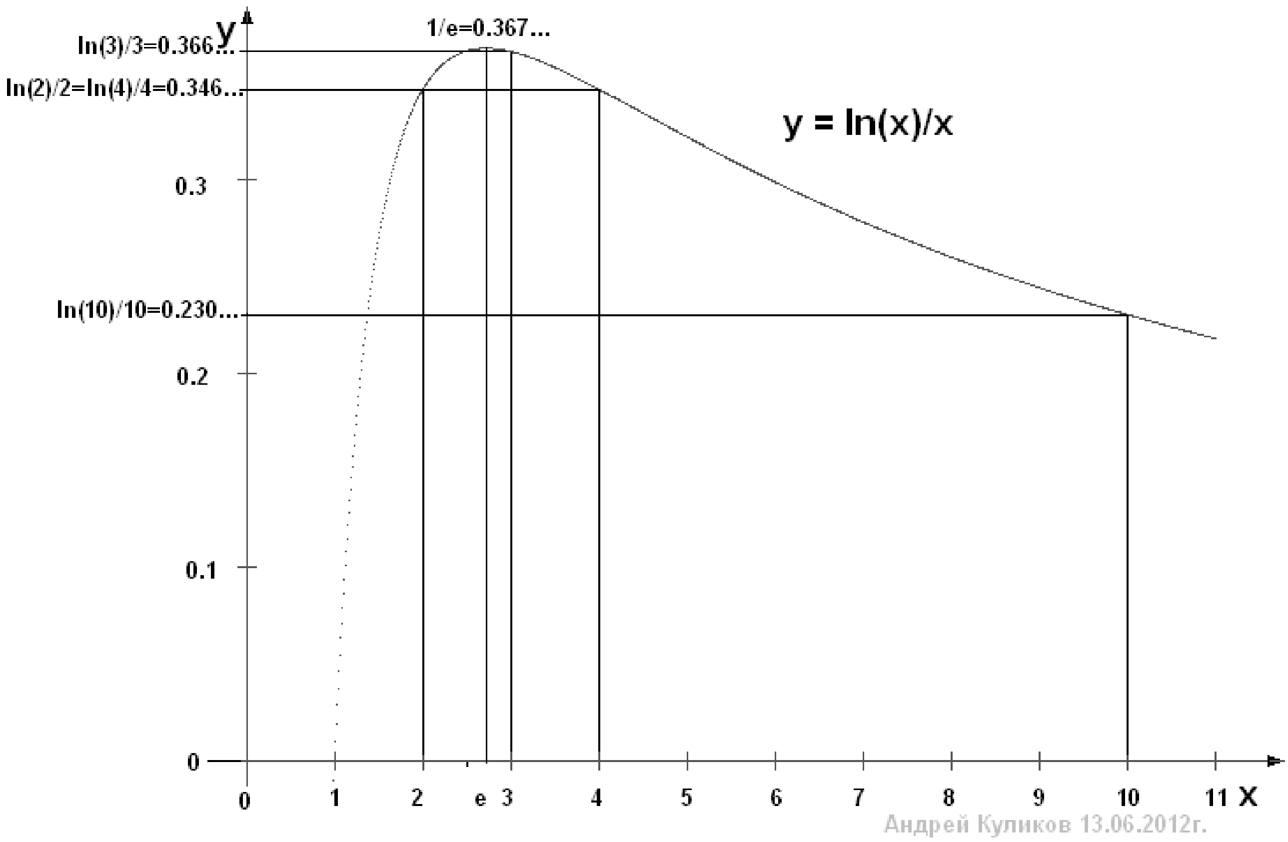

Рис.1. График зависимости удельного (на число знаков) натуральнологарифмического числа представляемых кодов (чисел) от основания системы счисления.

На графике видно, что наибольшее удельное (на число знаков) натуральнологарифмическое число представляемых кодов (чисел) (1/e=0,367...) имеет система счисления с основанием равным числу Эйлера e=2,71... (основание натуральных логарифмов).
Из систем счисления с целочисленными основаниями наибольшее удельное (на число знаков) натуральнологарифмическое число представляемых кодов (чисел) (ln(3)/3=0,366...) имеет троичная система счисления с основанием равным 3.
Двоичная и четверичная системы счисления с основаниями 2 и 4 имеют одинаковое удельное (на число знаков) натуральнологарифмическое число представляемых кодов (чисел) (ln(2)/2=ln(4)/4=0,346...) и занимают второе место после троичной системы счисления.

Необходимыми условиями существования экстремума функции являются существование первой производной и её равенство нулю.
Первая производная функции $y=\ln(x)/x$ равна:
$dx/dy=d(\ln(x)\cdot 1/x)/dx=1/x^2-\ln(x)/x^2$.
Приравняв её нулю:
$1/x_2-\ln(x)/x^2=0$,
$\ln(x)/x^2=1/x^2$,
$\ln(x)=1$,
получим $x_0=e$.
Достаточными условиями существования локального максимума являются $f'_{+x_0}<0$ и $f'_{-x_0}>0$. Так как слева от точки $x_0=e$ производная положительная, а справа отрицательная, то, в точке $x_0=e=2{,}71\ldots$ функция действительно имеет строгий локальный максимум равный $\ln(e)/e=1/e=0{,}367\ldots$.

Список литературы:
1. Фомин С. В. Системы счисления . - 5-е изд. - М.:Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. - 48 с. - (Попул. лекции по мат.) DjVu § 14. Об одном замечательном свойстве троичной системы, стр.37.