

Куликов А. С.

### РЯД ФУРЬЕ ТРЁХУРОВНЕВОЙ ТРОИЧНОЙ ФУНКЦИИ F210

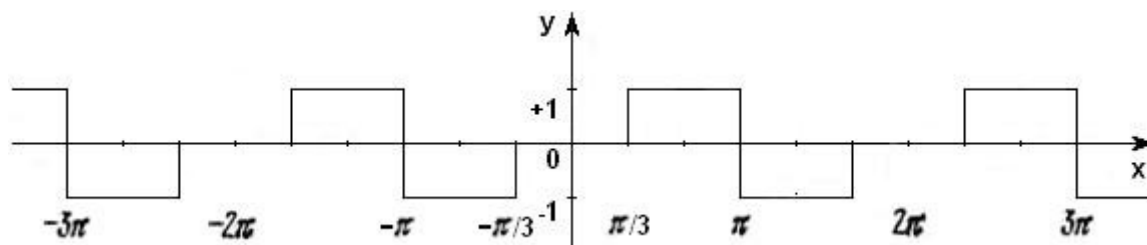


Рис. 1.

Периодическая с периодом  $2\pi$  функция  $f(x)$  (рис. 1) определена следующим образом:

$$\begin{aligned} f(x) &= -1 \text{ при } -\pi < x < -\pi/3, \\ f(x) &= 0 \text{ при } -\pi/3 \leq x \leq +\pi/3, \\ f(x) &= +1 \text{ при } +\pi/3 \leq x \leq +\pi. \end{aligned}$$

Эта унарная троичная логическая функция имеет собственные названия: «повторитель», «буфер», «логическое ДА», «тождественная функция», «линия задержки», «сдвиг нулевой» и «знак числа» ( $\text{Sgn}(x)$ ); в троичной несимметричной системе счисления имеет номерные обозначения: **F210<sub>3NS</sub>**, **F21<sub>10NS</sub>**; в троичной симметричной системе счисления имеет закономерные обозначения: **F+1#0-1** (# - нет знака), **F+0-**, **F10i**, **F107**, **F+8<sub>10</sub>** и др. (Википедия. Троичные функции).

Определим коэффициенты Фурье этой функции:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) dx = (1)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/3} -1 \cdot dx + \int_{-\pi/3}^{+\pi/3} 0 \cdot dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} +1 \cdot dx \right] = (2)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/3} -1 \cdot dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} +1 \cdot dx \right] = (3)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ - \int_{-\pi}^{-\pi/3} dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} dx \right] = 0. \quad (4)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \cos nx \, dx = (5)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/3} -1 \cdot \cos nx \, dx + \int_{-\pi/3}^{+\pi/3} 0 \cdot \cos nx \, dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} +1 \cdot \cos nx \, dx \right] = (6)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/3} -1 \cdot \cos nx \, dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} +1 \cdot \cos nx \, dx \right] = (7)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ - \int_{-\pi}^{-\pi/3} \cos nx \, dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} \cos nx \, dx \right] = (8)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ - \left[ \frac{\sin nx}{n} \right]_{-\pi}^{-\pi/3} + \left[ \frac{\sin nx}{n} \right]_{+\pi/3}^{+\pi} \right] = (9)$$

$$= - \frac{\sin(-n\pi/3)}{\pi n} + \frac{\sin(-n\pi)}{\pi n} + \frac{\sin(n\pi)}{\pi n} - \frac{\sin(n\pi/3)}{\pi n} = 0. (10)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \sin nx \, dx = (11)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/3} -1 \cdot \sin nx \, dx + \int_{-\pi/3}^{+\pi/3} 0 \cdot \sin nx \, dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} +1 \cdot \sin nx \, dx \right] = (12)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{-\pi/3} -1 \cdot \sin nx \, dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} +1 \cdot \sin nx \, dx \right] = (13)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ - \int_{-\pi}^{-\pi/3} \sin nx \, dx + \int_{+\pi/3}^{+\pi} \sin nx \, dx \right] = (14)$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \left[ \frac{\cos nx}{n} \right]_{-\pi}^{-\pi/3} - \left[ \frac{\cos nx}{n} \right]_{+\pi/3}^{+\pi} \right] = (15)$$

$$= \left[ \frac{\cos nx}{\pi n} \right]_{-\pi}^{-\pi/3} - \left[ \frac{\cos nx}{\pi n} \right]_{+\pi/3}^{+\pi} = (16)$$

$$= \frac{\cos(-n\pi/3)}{\pi n} - \frac{\cos(-n\pi)}{\pi n} - \frac{\cos(n\pi)}{\pi n} + \frac{\cos(n\pi/3)}{\pi n} = \quad (17)$$

$$= 2 \frac{\cos(n\pi/3)}{\pi n} - 2 \frac{\cos(n\pi)}{\pi n} = \quad (18)$$

$$= \frac{2}{\pi n} [\cos(n\pi/3) - \cos(n\pi)]. \quad (19)$$

Таким образом, ряд Фурье трёхуровневой троичной функции  $F210_{3ns}$  имеет вид:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)] = \quad (20)$$

$$= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} [\cos(n\pi/3) - \cos(n\pi)] \frac{\sin(nx)}{n}. \quad (21)$$

Литература.

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. т. 2: Учебное пособие для втузов.—13-е изд.—М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985.—560 с. Глава XVII. РЯДЫ ФУРЬЕ